

**Министерство образования Иркутской Области  
Департамент образования комитета города Иркутска  
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
Лицей ИГУ г. Иркутска  
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска**

**РАССМОТРЕНО**

На заседании МО учителей  
математики  
от 30.08.2023 г. протокол №1  
Руководитель И.Л. Коваленок

**УТВЕРЖДЕНО**

Приказ № 01-06-151/2  
31.08.2023 г.  
Директор Е.Ю Кузьмина

**ПРИНЯТО**

Решением педагогического совета  
от 30.08.2023 г., протокол №1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

По курсу внеурочной деятельности  
**«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК»**  
для обучающихся 9 – х классов

Составитель программы:  
МАЛАКИЧЕВ А.О.,  
учитель математики,  
высшая квалификационная категория

г. Иркутск, 2023 год

## **Аннотация к рабочей программе по внеурочной деятельности «Математический кружок» 9 класс 2023-2024 учебный год**

Программа по внеурочной деятельности «Математический кружок» для обучающихся 9 - х классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Программа «Математический кружок» относится к обще интеллектуальному направлению реализации внеурочной деятельности в рамках ФГОС.

**Отличительной особенностью** данной образовательной программы является то, что программа «Математический кружок» предусматривает углубление знаний учащихся, получаемых ими при изучении основного курса, развитие познавательного интереса к предмету, любознательности, смекалки, расширение кругозора. Занятия построены так, чтобы быть для учащихся интересными, увлекательными и занимательными. Отбор содержания курса произведен в соответствии с выбранными принципами параллельности и опережающей сложности. Отобрано большое количество задач, для решения которых используются арифметические способы решения, что позволяет учить учащихся логически мыслить, рассуждать, развивать речь. Материал программы включает много нестандартных задач и способы их решения, что способствует развитию школьников, формированию у них познавательного интереса не только к решению задач вообще, но и самой математике.

### **Срок реализации: 1 год**

Режим занятий: Количество часов, выделенных на изучение курса 34 часа в год, количество часов и занятий в неделю – 1 час в неделю. Продолжительность занятий 40 мин.

Прогнозируемые результаты и способы их проверки:

- быстро считать, применять свои знания на практике, приобретать навыки нестандартного мышления.
- научатся мыслить, рассуждать, анализировать условия заданий
- использовать рациональный способ решения задач;
- работать с чертежными инструментами;
- анализировать свою работу, исправлять ошибки, восполнять пробелы в знаниях из разных источников информации;
- применять некоторые приёмы быстрых устных вычислений при решении задач;
- применять полученные знания, умения и навыки на уроках математики.
- создавать творческие работы, доклады с помощью взрослых или самостоятельно;
- вести исследовательскую работу и участвовать в проектной деятельности самостоятельно или с помощью взрослых

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования по математике с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу восьмого и девятого классов, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	9 класс
Количество учебных недель	34
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	34

Уровень подготовки учащихся – углубленный.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений (отдельный обязательный учебный предмет).

### Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

#### 9 класс

*Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:*

- 1) патриотического воспитания: проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;
- 2) гражданского и духовно-нравственного воспитания: готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;
- 3) трудового воспитания: установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;
- 4) эстетического воспитания: способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;
- 5) ценностей научного познания: ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;
- 6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия: готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;
- 7) экологического воспитания: ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;
- 8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды: готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых

знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

## **Метапредметные результаты**

### ***Регулятивные универсальные учебные действия***

#### **Ученик научится:**

самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

### ***Познавательные универсальные учебные действия***

#### **Ученик научится:**

искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;

использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;

находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### ***Коммуникативные универсальные учебные действия***

#### **Ученик научится:**

осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;

при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

## **Предметные результаты:**

#### ***Ученик научится:***

решать логические задачи различных типов

решать сюжетные логические задачи табличным методом, графами, методом рассуждения;

решать олимпиадные задачи и задачи повышенной сложности, используя алгебру логики;

применять знания комбинаторики при решении логических задач;

решать логические головоломки;

восстанавливать члены последовательности;  
решать несложные задачи на арифметическую прогрессию;  
решать олимпиадные задачи на последовательности;  
решать простые задачи на непрерывность;  
решать задачи на дискретную непрерывность;  
применять теорему о промежуточном значении;  
решать задачи на сравнение по модулю;  
применять сравнение по модулю при решении олимпиадных задач на делимость;  
распознавать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем;  
применять китайскую теорему об остатках при решении олимпиадных задач;  
применять Теорему Вильсона, уметь решать простейшие сравнения;  
решать задачи с применением функции Эйлера;  
решать задачи с псевдопростыми числами;  
решать различные олимпиадные задачи с применением азов теории чисел;  
применять принцип Дирихле при решении олимпиадных задач на делимость;  
применять принцип Дирихле при решении геометрических задач;  
использовать одновременно два метода решения олимпиадных задач (раскраски, принцип Дирихле).

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

составлять математические модели решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин,  
исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

*Ученик получит возможность научиться:*

строить таблицы истинности;  
использовать основами модулярной арифметики;  
владеть понятием непрерывной функции;  
распознавать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем;  
применять полученные знания в условиях соревнований.

## **Содержание программы по курсу «Решение олимпиадных задач по математике»**

### **9 классы**

#### **Раздел 1. Логические задачи (5 часов)**

Сюжетные логические задачи. Истинные и ложные высказывания и дополнительные соображения. Логические задачи и комбинаторика. Метаголоволомки. Решение олимпиадных логических задач.

#### **Раздел 2. Последовательности (10 часов)**

Введение в последовательности. Суммирование. Целочисленные арифметические последовательности. Геометрическая прогрессия. Свойства последовательностей. Числа Фибоначчи. Вспомогательные последовательности. Решение олимпиадных задач на последовательности. Зачетная работа за первое полугодие.

#### **Раздел 3. Непрерывность (7 часов)**

Понятие непрерывности. Дискретная непрерывность. Непрерывная траектория. Дискретная непрерывность на плоскости. Решение задач на дискретную непрерывность.

Непрерывность в алгебре. Решение задач на непрерывность в алгебре.

#### **Раздел 4. Элементы теории чисел (7 часов)**

Арифметика остатков. Решение задач на сравнение по модулю. Китайская теорема об остатках. Теорема Вильсона. Функция Эйлера. Псевдопростые числа. Решение олимпиадных задач на теорию чисел.

#### **Раздел 5. Принцип Дирихле (5 часов)**

Принцип Дирихле и делимость. Принцип Дирихле и дополнительные соображения. Принцип Дирихле в геометрии. Метод раскрашивания и Принцип Дирихле. Решение задач на принцип Дирихле. Зачетная работа за второе полугодие

## Тематическое планирование

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	<b>Раздел 1. Логические задачи</b>	<b>5</b>	
1	Сюжетные логические задачи.	1	
2	Истинные и ложные высказывания и дополнительные соображения	1	
3	Логические задачи и комбинаторика	1	
4	Метаголоволомки	1	
5	Решение олимпиадных логических задач	1	
	<b>Раздел 2. Последовательности</b>	<b>10</b>	
6	Введение в последовательности	1	
7	Суммирование	1	
8	Целочисленные арифметические последовательности	1	
9	Геометрическая прогрессия	1	
10	Свойства последовательностей	1	
11-12	Числа Фибоначчи	2	
13	Вспомогательные последовательности	1	
14	Решение олимпиадных задач на последовательности	1	
15	Зачетная работа за первое полугодие		1
	<b>Раздел 3. Непрерывность</b>	<b>7</b>	
16	Понятие непрерывности	1	
17	Дискретная непрерывность	1	
18	Непрерывная траектория	1	
19	Дискретная непрерывность на плоскости	1	
20	Решение задач на дискретную непрерывность.	1	
21	Непрерывность в алгебре	1	
22	Решение задач на непрерывность в алгебре	1	
	<b>Раздел 4. Элементы теории чисел</b>	<b>7</b>	
23	Арифметика остатков	1	
24	Решение задач на сравнение по модулю	1	
25	Китайская теорема об остатках	1	
26	Теорема Вильсона	1	
27	Функция Эйлера	1	
28	Псевдопростые числа	1	
29	Решение олимпиадных задач на теорию чисел	1	
	<b>Раздел 5. Принцип Дирихле</b>	<b>5</b>	
30	Принцип Дирихле и делимость	1	
31	Принцип Дирихле и дополнительные соображения	1	
32	Принцип Дирихле в геометрии	1	
33	Метод раскрашивания и Принцип Дирихле. Решение задач на принцип Дирихле	1	
34	Зачетная работа за второе полугодие		1

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

## ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТИРОВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ

**Задача 1:** В тесте было 20 вопросов. За каждый правильный ответ Вася получал 11 баллов. За каждый неправильный – минус 5. За пропуск ответа отнимается 1 балл. Вася набрал 80 баллов. Сколько пропусков при таком результате могло оказаться у Васи?

- а) 1            б) 2            в) 3            г) 4            д) 5

**Задача 2:** Сколько существует таких неупорядоченных пар (т.е. а и b то же самое, что b и а) натуральных чисел, что  $1/a+1/b=1/8$ .

- а) 1            б) 2            в) 3            г) 4            д) 5

**Задача 3:** Про 3 написанных числа известны 5 утверждений:

- а) эти числа являются сторонами прямоугольного треугольника;  
б) числа целые;  
в) сумма этих чисел равна 0;  
г) это три последовательных целых числа;  
д) произведение этих чисел меньше 100.

Сколько одновременно верных утверждений может быть?

- а) 1            б) 2            в) 3            г) 4            д) 5

**Задача 4:** На доске написано число, начинающееся на 6. Если стереть первую цифру, то число уменьшится в k раз. Чему может быть равно k?

- а) 7            б) 8            в) 9            г) 10            д) 15

**Задача 5:** Какие числа можно представить как сумму двух или более последовательных натуральных чисел?

- а) 8            б) 10            в) 12            г) 14            д) 16

**Задача 6:** Вася забыл номер квартиры друга, но запомнил, что если взять номер этажа друга и между цифрами вставить номер подъезда, то получится номер квартиры. Номер квартиры заканчивается на 4 и на лестничной клетке он больше других номеров квартир. Сколько этажей может быть в этом доме, если этажей в доме не более, чем 30, а подъездов не более, чем 3, а на каждом этаже в каждом подъезде по 4 квартиры.

- а) 14            б) 17            в) 20            г) 23            д) 26

**Задача 7:** Пятизначное число уменьшают на сумму своих цифр, полученное число опять уменьшают на сумму своих цифр и т.д. Какие числа можно получить в результате таких операций?

- а) 18            б) 20            в) 12            г) 100            д) 27

**Задача 8:** Известно, что  $2/3$  класса были в театре,  $3/5$  были в кино, а  $1/3$  класса была и в театре и в кино. Петя, к сожалению, не был ни в кино, ни в театре. Сколько еще человек, кроме Пети, могло учиться в классе и ни разу не сходить ни в кино, ни в театр, если известно, что в классе от 17 до 35 человек?

- а) 0            б) 1            в) 3            г) 5            д) 6

**Задача 9:** Из 9 единичных квадратов сложили большой квадрат  $3 \times 3$ . Какое число точек можно выбрать среди 16 вершин маленьких квадратов, чтобы никакие три точки не были бы вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника?

- а) 6            б) 7            в) 8            г) 9            д) 10

**Задача 10:** Две стороны треугольника равны 4,57 см и 1,15 см. Чему может быть равна третья сторона, если известно, что она выражается целым числом сантиметров?

- а) 2            б) 3            в) 4            г) 5            д) 6

**Задача 11:** В каждой клетке квадрата  $5 \times 5$  расставлены единички и нолики таким образом, что в каждой строке, кроме, может быть, первой единичек больше, чем ноликов. А также в каждом столбце, кроме, может быть последнего, ноликов больше, чем единиц. Сколько ноликов может содержаться в квадрате?



а) 10                      б) 11                      в) 12                      г) 13

д) расставить указанным образом единицы и нолики нельзя.

**Задача 12:** Вася загадал двузначное число. Умножил его на 9, а затем зачеркнул последнюю цифру. Полученное число умножил на 13 и опять зачеркнул последнюю цифру. Мог ли Вася в результате получить числа?

а) 20              б) 13              в) 40              г) 55              д) 64

**Задача 13:** Какое количество острых углов могут образовать 5 лучей с общим началом?

а) 3              б) 4              в) 6              г) 8              д) 9

**Задача 14:** Вася подбрасывал игральный кубик 5 раз и каждый раз записывал полученное число очков. Сумма записанных чисел равна 27. Сколько раз могла выпасть на кубике «пятерка»?

а) 0              б) 1              в) 2              г) 3              д) 4

**Задача 15:** В вершинах куба записаны числа 1 или  $-1$ . На каждой грани записали произведение чисел в ее вершинах. Чему может быть равна сумма всех чисел, записанных на гранях куба?

а) 6              б) -4              в) -2              г) 3              д) -6

## МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

## 1. Основная теорема арифметики

Пусть дано число 360. На какое наименьшее простое число оно делится? Очевидно, на 2:  $360 = 2 \cdot 180$ . На какое наименьшее простое число делится 180? Тоже на 2:  $180 = 2 \cdot 90$ , так что  $360 = 2 \cdot 2 \cdot 90$ . На какое наименьшее простое число делится 90? Опять на 2:  $90 = 2 \cdot 45$ , так что  $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 45$ . На какое наименьшее простое число делится 45? На 3:  $45 = 3 \cdot 15$ , так что  $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15$ . Наконец,  $15 = 3 \cdot 5$ ,  $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ , и на этом начатый нами процесс останавливается: все получившиеся множители являются простыми.

Точно такую же процедуру можно проделать и для любого другого числа. Это утверждение есть знаменитая

**Основная теорема арифметики.** Любое натуральное число (кроме единицы) можно представить в виде произведения простых множителей, и притом единственным образом (с точностью до порядка сомножителей).

Такое произведение называется *разложением на простые множители* или *каноническим разложением*. Выше было получено каноническое разложение числа 360:

$$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

или, как это обычно записывают,

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Мы видим, таким образом, что любое число состоит как бы из «кирпичиков» – простых множителей, возникающих в его каноническом разложении. Простое число состоит из одного такого «кирпичика» – самого себя.

Каноническое разложение является мощным инструментом решения целого ряда задач. Благодаря ему перед нами открывается вся картина делителей данного числа. Так, для числа  $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$  мы теперь можем сразу сказать, что оно делится, например, на  $2^3 = 8$ , на  $2^2 \cdot 3 = 12$ , на  $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$  (так как эти числа «сконструированы» из отдельных элементов канонического разложения) и не делится, скажем, на 7 и на  $3^3 = 3 \cdot 11$  (так как ни 7, ни 11 не входят в каноническое разложение).

## Задачи

1. Найдите каноническое разложение числа 3150. Покажите, что оно делится на 6, 14, 18, 21, 35, 42, 45. Делится ли оно на 12, 22, 26, 27?
2. Не вычисляя произведения  $2013 \cdot 15 \cdot 77$ , выясните, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 55, 80, 6039.
3. Число  $A$  делится на 3 и 4. Следует ли отсюда, что  $A$  делится на  $3 \cdot 4 = 12$ ?
4. Число  $A$  делится на 4 и 6. Следует ли отсюда, что  $A$  делится на  $4 \cdot 6 = 24$ ?
5. Число  $3A$  делится на 7. Следует ли отсюда, что  $A$  делится на 7?
6. Число  $9A$  делится на 6. Следует ли отсюда, что  $A$  делится на 6?
7. Докажите, что произведение трёх последовательных натуральных чисел делится на 6.
8. Докажите, что произведение пяти последовательных натуральных чисел делится на 120.
9. Допишите к числу 523. . . три цифры так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8 и 9. Сколько всего таких чисел существует?
10. На сколько нулей оканчивается число  $100!$  ?
11. (*Всеросс., 2018, ШЭ, 6.1*) В доме на всех этажах во всех подъездах равное количество квартир (больше одной). Также во всех подъездах поровну этажей. При этом количество этажей больше количества квартир на этаже, но меньше, чем количество подъездов. Сколько в доме этажей, если всего квартир 715?
12. (*Математический праздник, 1999, 6.2*) Укажите пять целых положительных чисел, сумма которых равна 20, а произведение – 420.

- 13.** (*Математический праздник, 2007, 6–7.2*) В конце четверти Вовочка выписал подряд в строчку свои текущие отметки по пению и поставил между некоторыми из них знак умножения. Произведение получившихся чисел оказалось равным 2007. Какая отметка выходит у Вовочки в четверти по пению? («Колов» учительница пения не ставит.)
- 14.** (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.2*) Есть четыре карточки с цифрами: 2, 0, 1, 6. Для каждого из чисел от 1 до 9 можно из этих карточек составить четырёхзначное число, которое кратно выбранному однозначному. А в каком году такое будет в следующий раз?
- 15.** (*Московская устная олимпиада, 2015, 6.2*) Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие – втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 864 метра. Сколько простых и сколько творческих людей «отрастили» волку хвост?
- 16.** (*Московская устная олимпиада, 2019, 6.5, 7.4*) В финале комбинированного чемпионата мира по скалолазанию шесть спортсменов соревнуются в трёх дисциплинах. В каждой из них они распределяют между собой места с первого по шестое (дележей мест не бывает). Окончательный результат каждой спортсменки – произведение трёх занятых мест. Финальные результаты оказались такими: Янья – 5, Сол – 12, Джессика – 24, Акийо – 54, Михо – 64, Петра – 75. Как распределились места в первой дисциплине, если известно, что у Яньи она самая слабая из трех?
- 17.** (*Математический праздник, 1995, 7.1*) Натуральное число умножили последовательно на каждую из его цифр. Получилось 1995. Найдите исходное число.
- 18.** (*Математический праздник, 2008, 7.1*) Число умножили на сумму его цифр и получили 2008. Найдите это число.
- 19.** (*Московская устная олимпиада, 2009, 7.1*) Юра записал четырёхзначное число. Лёня прибавил к первой цифре этого числа 1, ко второй 2, к третьей 3 и к четвёртой 4, а потом перемножил полученные суммы. У Лёни получилось 234. Какое число могло быть записано Юрой?
- 20.** («*Покори Воробьёвы горы!*», 2017, 7–8.4) Коробка с сахаром имеет форму прямоугольного параллелепипеда. В ней находится 280 кусочков сахара, каждый из которых – кубик размером  $1 \times 1 \times 1$  см. Найдите площадь полной поверхности коробки, если известно, что длина каждой из её сторон меньше 10 см.
- 21.** (*Всеросс., 2018, МЭ, 7.4*) На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна 154.
- 22.** («*Высшая проба*», 2017, 7.3, 8.1) Найти все натуральные числа  $n$  от 1 до 100 такие, что если перемножить все делители числа  $n$  (включая 1 и  $n$ ), получим число  $n^3$ .
- 23.** (*Математический праздник, 2009, 7.6*) Используя в качестве чисел любое количество монет достоинством 1, 2, 5 и 10 рублей, а также (бесплатные) скобки и знаки четырёх арифметических действий, составьте выражение со значением 2009, потратив как можно меньше денег.
- 24.** (*Математический праздник, 1996, 7.6*) Произведение последовательных чисел от 1 до  $n$  называется  $n$ -факториал и обозначается  $n!$  ( $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$ ). Можно ли вычеркнуть из произведения  $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$  один из факториалов так, чтобы произведение оставшихся было квадратом целого числа?
- 25.** («*Ломоносов*», 2017, 7–8.6, 9.4) Про натуральные числа  $m$  и  $n$  известно, что  $3n^3 = 5m^2$ . Найдите наименьшее возможное значение  $m + n$ .